

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор МБОУ «Хибинская гимназия»

Новикова Л.А. \_\_\_\_\_

Приказ № 18 от «1» сентября 2018 г.

**М.П.**

# **ПРОГРАММА**

**Элективного курса по математике**

---

**«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И СТРАТЕГИИ  
РЕШЕНИЯ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ»**

**для 10-11 класса**

*на 2022/2023 учебный год*

Программу разработали:

Васильева М.В.,

Полийчук Е.А.,

*учитель математики первой кв. категории*

Мурашова Д.И.,

*учитель математики высшей кв. категории*

**МБОУ «Хибинская гимназия»  
Мурманская область, г. Кировск**

## Пояснительная записка.

Программа является модернизированной, составлена на основе программы автора Г.Н. Кузнецовой для общеобразовательных школ, лицеев и гимназий и дополненной учебно-методическим комплексом авторов: А. С. Будакова, Ю.А. Гусмана, А. О. Смирнова «Сборник методических указаний и задач для абитуриентов»

Курс «Математические методы и стратегии решения нестандартных задач по алгебре в профильном классе» предназначен для интенсивной математической подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ, а также необходим учащимся как подготовка к продолжению математического образования в высшем учебном заведении. Т.е. данный курс предназначен для изучения в классах физико-математического профиля.

В программе использованы наиболее простые методики обучения решению задач, особое внимание уделяется решению неалгебраическим методам решения: геометрическому и графическому. Материалы курса содержат применение метода минимаксов, метод отделяющих констант, метод геометрической подстановки. Перечисленные методы решения задач помогут учащимся успешно сдать Единый государственный экзамен в школе и продолжить обучение в различных вузах.

Курс «Математические методы и стратегии решения нестандартных задач по алгебре в профильном классе» является элективным курсом (курсом по выбору учащихся), который целесообразно реализовывать на этапе профильного обучения.

Современный этап реформирования школьного математического образования характеризуется, в частности, появлением элективных курсов для пред- профильной и профильной подготовки учащихся. Основная задача последних - профориентация. А также систематизация опыта и знаний школьников, как база для дальнейшего изучения математики в высшей школе. Кроме того, содержание курса должно позволить проявить учащимся познавательную активность, упорядочить опыт самостоятельной математической деятельности [2,3,4].

Целью данного курса является систематизация опыта и знаний учеников об основных стратегиях поиска решения задач. Знакомство с геометрическим, графическим и алгебраическим методами решения нестандартных задач. Предлагаемый курс построен на решении задач (набор задач в каждом разделе учитель формирует по своему усмотрению). Обусловлено это тем, что специфика математической деятельности в основном это и есть деятельность по решению различных математических задач.

В качестве содержания курса выбрано описание некоторых методов и способов решения нестандартных задач. Поэтому данный курс становится доступным в его реализации как учителю со стажем работы, так и начинающему учителю. Для учащихся элективный курс будет не только доступным и достаточно сложным, но и интересным. Это достигается использованием различных форм организации деятельности учащихся, которые обеспечивают комфортный характер обучения: например, предлагается широко использовать групповую и проектную деятельность, рейтинговую систему оценивания учащихся и др.

Данный элективный курс является естественным продолжением школьного курса алгебры, что на практике не является редкостью.

Место данного курса определяется необходимостью подготовки к профессиональной деятельности, учитывает интересы и профессиональные склонности старшеклассников, что позволяет получить более высокий конечный результат.

Курс рассчитан на 34 часа с регулярностью 1 час в неделю.

На занятиях используются различные формы и методы работы с учащимися:

- при знакомстве с новыми способами решения - работа учителя с демонстрацией примеров;
- при использовании традиционных способов - фронтальная работа учащихся;
- индивидуальная работа;
- анализ готовых решений;
- самостоятельная работа с тестами.

Методы преподавания определяются целями курса, направленными на формирование математических способностей учащихся и основных компетентностей в предмете.

### Задачи:

- формирование у учащихся правильного представления о специфике осуществления математической деятельности с объектами алгебраической природы;

- развитие способности к осуществлению поисково-исследовательской деятельности при работе с математическими объектами (уравнениями, неравенствами);
- систематизация и углубление знаний учащихся (о преобразованиях алгебраических выражений, о функциях и их свойствах, о способах решения уравнений, неравенств);
- освоение способов решения задач, конкретных приемов реализации этих способов, теоретических знаний, обосновывающих приёмы;
- выделение основных видов задач, решение кото основано на знании рассматриваемых методов;
- привитие интереса учащихся к математике;
- развитие математического кругозора, мышления, следовательских умений учащихся;
- воспитание настойчивости, инициативы.

**Актуальность** элективного курса «Математические методы и стратегии решения задач по алгебре в профильном классе» определяется тем, что данный курс поможет учащимся оценить свои потребности, возможности и сделать обоснованный

## **Результаты освоения содержания элективного курса**

### Знать:

- содержание методов решения «нестандартных задач» в математике;
- основные теоретические факты, связанные с методами решения «нестандартных задач»;
- практические приложения тем данного курса.

### Уметь применять:

- общие приёмы осуществления поисково-исследовательской деятельности при решении «нестандартных задач»;
- приёмы анализа математических выражений, для применения необходимого метода решения «нестандартных задач»;
- проводить доказательство методом математической индукции.

### Понимать:

- идею применения изученных методов данного элективного курса к решению «нестандартных задач»;
- сущность изученных методов;
- специфику выбора стратегии решения «нестандартных задач».

### Прогнозируемый результат:

- осознанный выбор учащимися дальнейшего профиля обучения;
- представление творческих работ учащихся на конференциях;
- участие учащихся в математических олимпиадах соответствующих интересам и уровню математической подготовки учащихся.

**Рубежный контроль** осуществляется в тестовой форме.

## **Примерное содержание курса**

Под словами «нестандартные задачи» подразумеваются такие задачи, которые хотя и сформулированы с использованием только обычных понятий элементарной математики, тем не менее, не могут быть решены стандартными приёмами. Порой такие задачи трудно отличить от стандартных задач, опираясь только на их формулировку, и «нестандартность» задачи выявляется только в ходе её решения. Тем не менее, из ряда имеющихся публикаций по данной теме накопленный опыт в этой области позволил провести некоторую классификацию «нестандартных» задач по методам их решения.

### **Раздел 1**

#### Решение нестандартных задач с использованием общих свойств функций.

Решение некоторых нестандартных задач может быть основано на свойствах монотонности, периодичности, чётности или нечётности и т.п., входящих в них функций. Бывает удобно использовать следующие замечания.

1. Пусть функция  $f(x)$  монотонно возрастает на промежутке  $E$ , причем все ее значения на этом промежутке принадлежат  $E$ , тогда уравнение  $f(f(x)) = x$  равносильно на  $E$  уравнению  $f(x) = x$ . (можно провести доказательство, определив его ученикам в самостоятельную разработку, но обязательно затем оформить схему доказательства в классе).

Аналогичное утверждение справедливо и в случае неравенств.

2. Пусть функция  $f(x)$  монотонно возрастает на промежутке  $E$ , причем все ее значения на этом промежутке принадлежат  $E$ , тогда неравенство  $f(f(x)) > x$ ,  $x \in E$ , равносильно  $f(x) > x$ ,  $x \in E$ . Доказательство ученики проводят самостоятельно, опираясь на схему доказательства 1 замечания.

Данный метод удобно применять, когда алгебраическое выражение в условии задачи разбивается на группы одинаковых по виду членов, которые можно выразить с помощью одной и той же функции  $f(t)$ , обладающей простыми свойствами.

Или если в уравнении, неравенстве участвуют функции с хорошо известными свойствами (монотонность, периодичность, ограниченность и т.п.).

## **Раздел 2**

### Задачи со свободным параметром

В условии некоторых нестандартных задач одному из параметров или переменной разрешается принимать всевозможные значения из некоторого множества (свободный параметр, переменная). При этом обычно требуется отыскать такие значения другого параметра, при которых выполняется определенное условие.

Задачи такого вида часто решаются по следующей схеме:

1. Придавая свободному параметру специальные значения, добиваемся упрощения выражения, после чего находим необходимое условие на искомый параметр.
2. Подстановкой найденных значений искомого параметра и проверкой требуемого условия изучаем достаточность полученных значений.
3. Метод свободного параметра (переменной) имеет смысл применять, если в вопросе задачи требуется, чтобы некоторые условия выполнялись при всех значениях этого параметра из заданного множества. Обычно удобно выбирать такие специальные значения свободного параметра, при которых рассматриваемое выражение имеет особенно простой вид-это позволяет найти необходимые условия на искомый параметр.
4. Проверка найденных значений параметра заканчивает решение задачи.

## **Раздел 3**

### Использование теоремы Виета

В некоторых задачах, связанных с квадратным трёхчленом, бывает удобно, не находя самих корней трёхчлена, использовать формулы теоремы Виета. При этом важно помнить, что выполнение соотношений теоремы Виета ещё не обеспечивает существование самих корней.

Теорему Виета следует использовать в тех случаях, когда непосредственное отыскание корней многочлена затруднено и в то же время формулы Виета позволяют образовать замкнутую алгебраическую систему, которая оказывается разрешимой.

При этом не следует забывать, что алгебраические соотношения между корнями и коэффициентами многочлена, вытекающие из формул Виета сами по себе еще не обеспечивают существование действительных корней. Наличие действительных корней следует проверять отдельно (обоснование достаточности найденных значений).

## **Раздел 4**

### Задачи с заменой условия

Решение некоторых нестандартных задач существенно упрощается, если заменить условие задачи некоторым другим условием и показать, что выполнение этого условия влечёт за собой выполнение условия задачи, а сделанная замена не сужает множество решений.

Метод замены задачи следует использовать, если в процессе решения заданной задачи есть ситуация, которая явно не имеет простого аналитического решения, либо содержит неудобные для исследования выражения. При этом обычно видно, что замена неудобных выражений, либо соответствующее изменение постановки задачи приводит к ее существенному упрощению и позволяет решить новую задачу. Важно убедиться, что произведенное изменение не приводит к сужению множества решений.

## **Раздел 5**

### Решение «нестандартных задач».

Применение изученных способов при решении олимпиадных задач. Презентации, реклама творческих работ учеников.

## **Раздел 6**

### Решение задач группы ЕГЭ

Итоговый тест. Определение рейтинга ученика в группе.

## Календарно-тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Модуль воспитательной программы	Кол-во часов
<b>Раздел 1. Решение нестандартных задач с использованием общих свойств функций.</b>			
1	Применение свойств монотонности функций при решении уравнений и неравенств.	Круглый стол «Решение уравнений и неравенств. Какие свойства надо знать?»	1
2	Применение свойств периодичности функций при решении уравнений и неравенств.		1
3	Применение свойств четности или нечетности функций при решении уравнений и неравенств.		1
4	Применение различных свойств функций при решении уравнений и неравенств.		1
5	Применение различных свойств функций при решении уравнений и неравенств.		1
6	Итоговый тест по теме «Использование общих свойств функций».		1
<b>Раздел 2. Задачи со свободным параметром</b>			
7	Метод свободного параметра.	Серьезная игра «Реши ребус, используя метод свободного параметра»	1
8	Условие применения метода свободного параметра.		1
9	Решение уравнений методом свободного параметра.		1
10	Решение неравенств методом свободного параметра.		1
11	Решение систем уравнений и неравенств методом свободного параметра.		1
12	Итоговый тест по теме «Метод свободного параметра».		1
<b>Раздел 3. Использование теоремы Виета</b>			
13	Теорема Виета и ее применение в решении задач, содержащих квадратный трехчлен.	Создание газеты «Все о жизни Виета»	1
14	Теорема Виета для уравнений высших степеней.		1
15	Решение уравнений высших степеней.		1
16	Применение теоремы Виета при решении нестандартных задач.		1
17	Итоговый тест по теме: «Использование теоремы Виета».		1
<b>Раздел 4. Задачи с заменой условия</b>			
18	Метод замены условия при решении задач.	Своя игра «Такие несложные сложные задачи»	1
19	Условия равносильности множества решения.		1
20	Решение задач методом замены условия.		1
21	Решение задач методом замены условия.		1
22	Итоговый тест по теме: «Задачи с заменой условия».		1
<b>Раздел 5. Решение «нестандартных задач»</b>			
23	Поиск решения нестандартных задач.	Олимпиада	1
24	Решение нестандартных задач.		1
25	Олимпиадные задачи		1
26	Решение олимпиадных задач различными способами.		1
27	Решение олимпиадных задач различными способами.		1
28	Презентация творческих работ.	Презентация творческих работ	1
29	Презентация творческих работ.		1
<b>Раздел 6. Решение задач группы ЕГЭ</b>			
30	Нестандартные задачи ЕГЭ.	Интернет-экскурсия	1
31	Решение нестандартных задач группы ЕГЭ.		1
32	Решение задач с параметрами второй части ЕГЭ.		1
33	Решение задач с параметрами второй части ЕГЭ.		1
34	Систематизация знаний «Нестандартные приемы решения задач».		1
<b>Итого:</b>			<b>34</b>

## Литература:

1. *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в математике. М., 1970.
2. *Васильева М.С.* Единый государственный экзамен: как; подготовиться? // Эксперимент и инновации в школе, 2012. №4. С.49-55.
3. *Васильева М. В.* Формирование универсальных учебных действий учащихся во внеклассной работе по математике II Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2013. № 3. С. 18-22.
4. *Васильева М. В.* Формирование универсальных учебных действий ученика средствами открытого тематического зачета по математике в старших классах // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2011. №3. С.29-36.
5. *Иванова Т.А.* Гуманизация общего математического образования. М.,1998.
6. *Кравцов С. В. и др.* Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. М.: Изд-во «Экзамен». 2005.
7. *Крутецкий В. А.* Психология математических способностей школьников. М., 1968.
8. *Макарычев Ю.И. и др.* Дополнительные главы к учебнику, 9 класс. М., 2004.
9. Математика: сборник методических указаний и задач для абитуриентов СПбГУАП. Части 1-3. Составители: А. С. Будаков, Ю.А. Гусман, А. О. Смирнов. СПб.: СПбГУАП, 1999.
10. *Мордкович А. Г.* Беседы с учителем математики. М., 2004;
11. *Шибасов Л. П.* От единицы до бесконечности.

## Перечень Интернет ресурсов:

1. Коллекция ссылок по школьным предметам для каждого класса, дистанционному образованию и экстернату, программному полному обеспечению, досугу подростков. <http://www.school.mos.ru>
2. Информационно-энциклопедический проект. Здесь можно получить свободный доступ к электронным версиям энциклопедий, изданных за последние сто лет в России. <http://www.rubricon.ru>
3. На сайте представлены рациональные алгебраические уравнения, иррациональные уравнения, иррациональные неравенства, показательные уравнения и системы уравнений, показательные неравенства, планиметрия, стереометрия и многое другое. <http://www.mathprog.narod.ru/>
4. Московский центр непрерывного математического образования. <http://www.mccme.ru>
5. Образовательный математический сайт. Задачи по математике с решениями, справочник по математике, электронные консультации. Конкурсы, <http://www.exponenta.ru>